

7. 若 $\int f(x) dx = \ln(x + \sqrt{1+x^2}) + C$, 则 $f(x)$ 等于 【 】

A. $-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

B. $\frac{1}{1+x^2}$

C. $-\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$

D. $\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$

8. 下列反常积分收敛的是 【 】

A. $\int_1^{+\infty} \cos x dx$

B. $\int_1^{+\infty} e^x dx$

C. $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^3} dx$

D. $\int_1^{+\infty} \ln x dx$

9. 设 $z = x^y$, 则 $dz =$ 【 】

A. $yx^{y-1} dx + x^y \ln x dy$

B. $x^{y-1} dx + y dy$

C. $x^y (dx + dy)$

D. $x^y (x dx + y dy)$

10. 某建筑物按设计要求使用寿命超过 50 年的概率为 0.8, 超过 60 年的概率为 0.6, 该建筑物经历了 50 年后, 它将在 10 年内倒塌的概率等于 【 】

A. 0.25

B. 0.30

C. 0.35

D. 0.40

第 II 卷 (非选择题, 共 110 分)

得 分	评卷人

二. 填空题 (11 ~ 20 小题, 每小题 4 分, 共 40 分)

11. $\lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} \frac{x^2 - 2\sqrt{3}x + 3}{x^2 - 3} =$ _____.

12. 当 $f(0) =$ _____ 时, $f(x) = \ln(1+kx)^{\frac{m}{x}}$ 在 $x = 0$ 处连续.

13. 若 $f'(x_0) = 1, f(x_0) = 0$, 则 $\lim_{h \rightarrow \infty} hf\left(x_0 - \frac{1}{h}\right) =$ _____.

14. 设 $y = x^2 \cos x + 2^x + e$, 则 $y' =$ _____.

15. $\int_{-1}^1 \frac{x^2 \sin x}{1+x^2} dx =$ _____.

16. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x \cos^2 t dt}{x} =$ _____.

17. 设 $f(x) = e^{-x}$, 则 $\int \frac{f'(\ln x)}{x} dx =$ _____.

18. 设 $z = \cos(xy^2)$, 则 $\frac{\partial z}{\partial y} =$ _____.

19. 设 $z = \frac{(x-2y)^2}{2x+y}$, 则 $\frac{\partial z}{\partial x} =$ _____.

20. 设 $z = e^{xe^y}$, 则 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} =$ _____.

得 分	评卷人

三、解答题(21 ~ 28 题,共 70 分. 解答应写出推理、演算步骤)

21. (本题满分 8 分)

计算 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x} - 2}{\sin^2 x}$.

22. (本题满分 8 分)

试确定 a, b 的值, 使函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} \sin ax + 1, & x < 0, \\ 2, & x = 0, \\ x \sin \frac{1}{x} + b, & x > 0 \end{cases}$ 在点 $x = 0$ 处连续.

23. (本题满分 8 分)

设 $y = \ln \cos x$, 求 $y''(0)$.

24. (本题满分 8 分)

求 $\int \frac{1 + \sin 2x}{\sin x + \cos x} dx$.

25. (本题满分 8 分)

从一批有 10 件正品及 2 件次品的产品中,不放回地一件一件地抽取产品. 设每个产品被抽到的可能性相同. 求直到取出正品为止所需抽取的次数 X 的概率分布.

(二) 全真模拟

26. (本题满分 10 分)

确定函数 $y = 2x^4 - 12x^2$ 的单调区间、极值及函数曲线的凸凹性区间和拐点.

27. (本题满分 10 分)

求曲线 $y = x^2$ 与该曲线在 $x = a (a > 0)$ 处的切线与 x 轴所围的平面图形的面积.

28. (本题满分 10 分)

求由方程 $2x^2 + y^2 + z^2 + 2xy - 2x - 2y - 4z + 4 = 0$ 确定的隐函数的全微分.