

全真模拟(三)

本试卷分第I卷(选择题)和第II卷(非选择题)两部分. 满分150分, 考试时间120分钟.

题号	一	二	三	总分	统分人签字
分 数					

第I卷(选择题, 共40分)

得 分	评卷人

一、选择题(1~10小题, 每小题4分, 共40分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的)

1. 若 $\int f(x)dx = x \ln(x+1) + C$, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$ 等于 【 】
 A. 2 B. -2 C. -1 D. 1
2. 若 $f(x-1) = x^2 - 1$, 则 $f'(x)$ 等于 【 】
 A. $2x+2$ B. $x(x+1)$
 C. $x(x-1)$ D. $2x-1$
3. 设函数 $f(x)$ 满足 $f'(\sin^2 x) = \cos^2 x$, 且 $f(0) = 0$, 则 $f(x) =$ 【 】
 A. $\cos x + \frac{1}{2} \cos^2 x$ B. $\sin x - \frac{1}{2} \sin^2 x$
 C. $\sin^2 x - \frac{1}{2} \sin^4 x$ D. $x - \frac{1}{2} x^2$
4. 函数 $z = x^2 - xy + y^2 + 9x - 6y + 20$ 有 【 】
 A. 极大值 $f(4,1) = 63$ B. 极大值 $f(0,0) = 20$
 C. 极大值 $f(-4,1) = -1$ D. 极小值 $f(-4,1) = -1$
5. 当 $x \rightarrow 0$ 时, 与 x 等价的无穷小量是 【 】
 A. $\frac{\sin x}{\sqrt{x}}$ B. $\ln(1+x)$
 C. $2(\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x})$ D. $x^2(x+1)$
6. 使 $\int_1^{+\infty} f(x) dx = 1$ 成立的 $f(x)$ 为 【 】
 A. $\frac{1}{x^2}$ B. $\frac{1}{x}$ C. e^{-x} D. $\frac{1}{1+x^2}$

【 】

7. 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \sin \frac{1}{n^2}$ 是

- A. 绝对收敛
- B. 条件收敛
- C. 发散
- D. 无法确定敛散性

【 】

8. 方程 $z = x^2 + y^2$ 表示的曲面是

- A. 椭球面
- B. 旋转抛物面
- C. 球面
- D. 圆锥面

【 】

9. 已知 $f(xy, x-y) = x^2 + y^2$, 则 $\frac{\partial f(x,y)}{\partial x}$ 等于

- A. 2
- B. $2x$
- C. $2y$
- D. $2x+2y$

【 】

10. 微分方程 $y'' - 7y' + 12y = 0$ 的通解为

- A. $y = C_1 e^{3x} + C_2 e^{-4x}$
- B. $y = C_1 e^{-3x} + C_2 e^{4x}$
- C. $y = C_1 e^{3x} + C_2 e^{4x}$
- D. $y = C_1 e^{-3x} + C_2 e^{-4x}$

第 II 卷 (非选择题, 共 110 分)

得 分	评卷人

二、填空题(11~20 小题, 每小题 4 分, 共 40 分)

11. 极限 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2}{x}\right)^{x+1} = \underline{\hspace{2cm}}$.

12. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(5^n \sin \frac{x}{5^n}\right) = \underline{\hspace{2cm}}.$

13. 若 $y = \left(\frac{1}{x}\right)^x$, 则 $y' = \underline{\hspace{2cm}}.$

14. 由 $\int f(x) dx = \arctan \frac{1}{x} + C$, 求 $f(x)$ 的导数等于 $\underline{\hspace{2cm}}.$

15. 函数 $f(x) = x \sqrt{3-x}$ 在 $[0, 3]$ 上满足罗尔定理, 则 $\xi = \underline{\hspace{2cm}}.$

16. $\int_0^1 x^2 dx = \underline{\hspace{2cm}}.$

17. $\int \sec^2 5x dx = \underline{\hspace{2cm}}.$

18. 已知 $z = (1+xy)^y$, 则 $\frac{\partial z}{\partial y} \Big|_{(1,1)} = \underline{\hspace{2cm}}.$

19. 若将 $I = \int_1^e dx \int_0^{\ln x} f(x, y) dy$ 改变积分顺序, 则 $I = \underline{\hspace{2cm}}.$

20. 方程 $y' - e^{x-y} = 0$ 的通解为 $\underline{\hspace{2cm}}.$

得 分	评卷人

三、解答题(21~28 题,共 70 分. 解答应写出推理、演算步骤)

21.(本题满分 8 分)

若函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{1-e^x}{x}, & x \neq 0, \\ a, & x=0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续, 求 a .

22.(本题满分 8 分)

函数 $y=y(x)$ 由方程 $e^y = \sin(x+y)$ 确定, 求 dy .

23.(本题满分 8 分)

求 $\int x^2 e^x dx$.

24.(本题满分 8 分)

求 $\int_{\frac{1}{4}}^{\frac{1}{2}} \frac{\arcsin \sqrt{x}}{\sqrt{x}(1-x)} dx$.



25. (本题满分 8 分)

已知 $z = y^{\ln xy}$, 求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$.

(三) 真题大全

26. (本题满分 10 分)

计算 $\iint_D e^{x^2+y^2} dx dy$, 其中 D 为 $x^2+y^2 \leqslant 1$, 且 $x \geqslant 0, y \geqslant 0$ 所围区域.

27. (本题满分 10 分)

求 $\begin{cases} x = \int_0^t \frac{5au}{(1+u^2)^2} du, \\ y = \frac{2at^2}{1+t^2} \end{cases}$ 在 $t=1$ 处的切线方程.

28. (本题满分 10 分)

求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} x^{2n-1}$ 的收敛区间.