

7. 若 $f(x)$ 为连续的奇函数, 则 $\int_{-1}^1 f(x) dx =$ 【 】

- A. 0 B. 2 C. $2f(-1)$ D. $2f(1)$

8. 若二元函数 $z = x^2y + 3x + 2y$, 则 $\frac{\partial z}{\partial x} =$ 【 】

- A. $2xy + 3 + 2y$ B. $xy + 3 + 2y$ C. $2xy + 3$ D. $xy + 3$

9. 设区域 $D = \{(x, y) \mid 0 \leq y \leq x^2, 0 \leq x \leq 1\}$, 则 D 绕 x 轴旋转一周所得旋转体的体积为 【 】

- A. $\frac{\pi}{5}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{\pi}{2}$ D. π

10. 设 A, B 为两个随机事件, 且相互独立, $P(A) = 0.6, P(B) = 0.4$, 则 $P(A - B) =$ 【 】

- A. 0.24 B. 0.36 C. 0.4 D. 0.6

第 II 卷 (非选择题, 共 110 分)

得 分	评卷人

二、填空题 (11 ~ 20 小题, 每小题 4 分, 共 40 分)

11. 曲线 $y = x^3 - 6x^2 + 3x + 4$ 的拐点为 _____.

12. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - 3x)^{\frac{1}{x}} =$ _____.

13. 若函数 $f(x) = x - \arctan x$, 则 $f'(x) =$ _____.

14. 若 $y = e^{2x}$, 则 $dy =$ _____.

15. 设 $f(x) = x^{2x}$, 则 $f'(x) =$ _____.

16. $\int (2x + 3) dx =$ _____.

17. $\int_{-1}^1 (x^5 + x^2) dx =$ _____.

18. $\int_0^{\pi} \sin \frac{x}{2} dx =$ _____.

19. $\int_0^{+\infty} e^{-x} dx =$ _____.

20. 若二元函数 $z = x^2y^2$, 则 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} =$ _____.

得 分	评卷人

三、解答题(21 ~ 28 题, 共 70 分. 解答应写出推理、演算步骤)

21. (本题满分 8 分)

$$\text{设函数 } f(x) = \begin{cases} \frac{3\sin x}{x}, & x < 0, \\ 3x + a, & x \geq 0 \end{cases} \text{ 在 } x = 0 \text{ 处连续, 求 } a.$$

22. (本题满分 8 分)

$$\text{求 } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^3 - 2x^2 - 1}{\sin(x^2 - 1)}.$$

23. (本题满分 8 分)

设函数 $f(x) = 2x + \ln(3x + 2)$, 求 $f''(0)$.

(二) 学 校 考 试

★
★
★
★
密
封
线
内
不
要
答
题
★
★
★
★

24. (本题满分 8 分)

$$\text{求 } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x \sin 3t dt}{x^2}.$$

25. (本题满分 8 分)

求 $\int x \cos x dx$.

26. (本题满分 10 分)

求函数 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 5$ 的极值.

27. (本题满分 10 分)

盒子中有 5 个产品, 其中恰有 3 个合格品. 从盒子中任取 2 个, 记 X 为取出的合格品个数. 求

- (1) X 的概率分布;
- (2) EX .

28. (本题满分 10 分)

求函数 $f(x, y) = x^3 + y^3$ 在条件 $x^2 + 2y^2 = 1$ 下的最值.

参考答案及解析

一、选择题

1. 【答案】 D

【考点点拨】 本题考查了极限的运算的知识点.

【应试指导】 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\cos x} = \frac{\lim_{x \rightarrow 0} x}{\lim_{x \rightarrow 0} \cos x} = \frac{0}{1} = 0.$

2. 【答案】 D

【考点点拨】 本题考查了一元函数微分的知识点.

【应试指导】 $y' = -\sin x, dy = -\sin x dx.$

3. 【答案】 C

【考点点拨】 本题考查了函数的求导公式的知识点.

【应试指导】 $f(x) = 5^x$, 则 $f'(x) = 5^x \ln 5.$

4. 【答案】 C

【考点点拨】 本题考查了法线方程的知识点.

【应试指导】 $y' = 3x^2 + 2, y' \Big|_{x=1} = 5$, 则法线斜率 $k = -\frac{1}{5}$, 则法线方程为 $y - 3 = -\frac{1}{5}(x - 1)$, 即 $x + 5y - 16 = 0.$

5. 【答案】 B

【考点点拨】 本题考查了不定积分的知识点.

【应试指导】 $\int \frac{1}{2-x} dx = -\int \frac{1}{2-x} d(2-x) = -\ln |2-x| + C.$

6. 【答案】 A

【考点点拨】 本题考查了导数的原函数的知识点.

【应试指导】 $\int f'(2x) dx = \frac{1}{2} \int f'(2x) d(2x) = \frac{1}{2} f(2x) + C.$

7. 【答案】 A

【考点点拨】 本题考查了定积分的性质的知识点.

【应试指导】 因为 $f(x)$ 是连续的奇函数, 故 $\int_{-1}^1 f(x) dx = 0.$

8. 【答案】 C

【考点点拨】 本题考查了一阶偏导数的知识点.

【应试指导】 $z = x^2 y + 3x + 2y$, 故 $\frac{\partial z}{\partial x} = 2xy + 3.$

9. 【答案】 A

【考点点拨】 本题考查了旋转体的体积的知识点.

【应试指导】 $V = \pi \int_0^1 f^2(x) dx = \pi \int_0^1 x^4 dx = \frac{\pi}{5} x^5 \Big|_0^1 = \frac{\pi}{5}.$

10. 【答案】 B

【考点点拨】 本题考查了独立事件的知识点.

【应试指导】 因 A, B 相互独立, 故 $P(A - B) = P(A) - P(AB) = P(A) - P(A)P(B) = 0.6 - 0.6 \times 0.4 = 0.36.$

二、填空题

11. 【答案】 $(2, -6)$

【考点点拨】 本题考查了拐点的知识点.

【应试指导】 $y' = 3x^2 - 12x + 3, y'' = 6x - 12$, 令 $y'' = 0$, 则 $x = 2$, 此时 $y = -6$, 故拐点为 $(2, -6).$

12. 【答案】 e^{-3}

【考点点拨】 本题考查了 $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}} = e$ 的知识点.

【应试指导】 $\lim_{x \rightarrow 0} (1-3x)^{\frac{1}{x}} = \lim_{x \rightarrow 0} [1+(-3x)]^{\frac{1}{-3x} \cdot (-3)} = e^{-3}.$

13. 【答案】 $\frac{x^2}{1+x^2}$

【考点点拨】 本题考查了导数的求导公式的知识点.

【应试指导】 $f(x) = x - \arctan x$, 则 $f'(x) = 1 - \frac{1}{1+x^2} = \frac{x^2}{1+x^2}.$

14. 【答案】 $2e^{2x} dx$

【考点点拨】 本题考查了微分的知识点.

【应试指导】 $y = e^{2x}, y' = 2e^{2x}$, 则 $dy = 2e^{2x} dx.$

15. 【答案】 $2x^{2x} (\ln x + 1)$

【考点点拨】 本题考查了对数求导法的知识点.

【应试指导】 $y = x^{2x}$, 两边取对数得 $\ln y = 2x \ln x$, 两边同时对 x 求导得 $\frac{y'}{y} = 2 \ln x + 2$, 故 $y' = y(2 \ln x + 2) = 2x^{2x} (\ln x + 1).$

16. 【答案】 $x^2 + 3x + C$

【考点点拨】 本题考查了不定积分的知识点.

【应试指导】 $\int (2x+3) dx = x^2 + 3x + C.$

17. 【答案】 $\frac{2}{3}$

【考点点拨】 本题考查了定积分的知识点.

【应试指导】 $\int_{-1}^1 (x^5 + x^2) dx = \left(\frac{1}{6} x^6 + \frac{1}{3} x^3 \right) \Big|_{-1}^1 = \frac{2}{3}.$

18. 【答案】 2

【考点点拨】 本题考查了定积分的知识点.

【应试指导】 $\int_0^\pi \sin \frac{x}{2} dx = 2 \int_0^\pi \sin \frac{x}{2} d\left(\frac{x}{2}\right) = -2 \cos \frac{x}{2} \Big|_0^\pi = 2.$

19. 【答案】 1

【考点点拨】 本题考查了无穷积分的知识点.

【应试指导】 $\int_0^{+\infty} e^{-x} dx = -e^{-x} \Big|_0^{+\infty} = 1.$

