

绝密★启用前

2016年成人高等学校招生全国统一考试专升本

# 高等数学(二)

本试卷分第I卷(选择题)和第II卷(非选择题)两部分,满分150分,考试时间120分钟。

题号	一	二	三	总分	统分人签字
分数					

## 第I卷(选择题,共40分)

得分	评卷人

一、选择题(1~10小题,每小题4分,共40分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 5x + 2}{x^2 - 2} =$  【    】

- A. 0                      B. 1                      C. 2                      D. 3

2. 设函数  $f(x) = \begin{cases} e^x, & x < 0, \\ x + a, & x \geq 0 \end{cases}$  在  $x = 0$  处连续,则  $a =$  【    】

- A. -1                      B. 0                      C. 1                      D. 2

3. 设函数  $y = 2 + \sin x$ , 则  $y' =$  【    】

- A.  $\cos x$                       B.  $-\cos x$                       C.  $2 + \cos x$                       D.  $2 - \cos x$

4. 设函数  $y = e^{x-1} + 1$  则  $dy =$  【    】

- A.  $e^x dx$                       B.  $e^{x-1} dx$                       C.  $(e^x + 1) dx$                       D.  $(e^{x-1} + 1) dx$

5.  $\int_0^1 (5x^4 + 2) dx =$  【    】

- A. 1                      B. 3                      C. 5                      D. 7

6.  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 + \cos x) dx =$  【    】

- A.  $\frac{\pi}{2} + 1$                       B.  $\frac{\pi}{2}$                       C.  $\frac{\pi}{2} - 1$                       D. 1

7. 设函数  $y = x^4 + 2x^2 + 3$ , 则  $\frac{d^2 y}{dx^2} =$

A.  $4x^3 + 4x$

B.  $4x^3 + 4$

C.  $12x^2 + 4x$

D.  $12x^2 + 4$

8.  $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^2} dx =$

A. -1

B. 0

C. 1

D. 2

9. 设函数  $z = x^2 + y$ , 则  $dz =$

A.  $2x dx + dy$

B.  $x^2 dx + dy$

C.  $x^2 dx + y dy$

D.  $2x dx + y dy$

10. 若  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{x} = 2$ , 则  $a =$

A.  $\frac{1}{2}$

B. 1

C.  $\frac{3}{2}$

D. 2

## 第 II 卷 (非选择题, 共 110 分)

得 分	评卷人

二、填空题 (11 ~ 20 小题, 每小题 4 分, 共 40 分)

11.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x-1}{2x^2+3} =$  \_\_\_\_\_.

12. 设函数  $y = x^2 - e^x$ , 则  $y' =$  \_\_\_\_\_.

13. 设事件  $A$  发生的概率为 0.7, 则  $A$  的对立事件  $\bar{A}$  发生的概率为 \_\_\_\_\_.

14. 曲线  $y = \ln x$  在点  $(1, 0)$  处的切线方程为 \_\_\_\_\_.

15.  $\int (\frac{1}{x} + \frac{1}{1+x^2}) dx =$  \_\_\_\_\_.

16.  $\int_{-1}^1 (\sin x + x) dx =$  \_\_\_\_\_.

17. 设函数  $F(x) = \int_0^x \cos t dt$ , 则  $F'(x) =$  \_\_\_\_\_.

18. 设函数  $z = \sin(x+2y)$ , 则  $\frac{\partial z}{\partial x} =$  \_\_\_\_\_.

19. 已知点  $(1, 1)$  是曲线  $y = x^2 + a \ln x$  的拐点, 则  $a =$  \_\_\_\_\_.

20. 设  $y = y(x)$  是由方程  $y = x - e^y$  所确定的隐函数, 则  $\frac{dy}{dx} =$  \_\_\_\_\_.

得 分	评卷人

三、解答题(21 ~ 28 题,共 70 分. 解答应写出推理、演算步骤)

21. (本题满分 8 分)

计算  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x - 1}$ .

22. (本题满分 8 分)

设函数  $y = xe^{2x}$ , 求  $y'$ .

23. (本题满分 8 分)

设函数  $z = x^3y + xy^3$ , 求  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ ,  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$

24. (本题满分 8 分)

计算  $\int x \cos x^2 dx$ .

25. (本题满分 8 分)

计算  $\int_1^{\sqrt{e}} 2x \ln x dx$ .

26. (本题满分 10 分)

求曲线  $y = \sqrt{x}$ , 直线  $x = 1$  和  $x$  轴所围成的有界平面图形的面积  $S$ , 及该平面图形绕  $x$  轴旋转一周所得旋转体的体积  $V$ .

27. (本题满分 10 分)

设函数  $f(x, y) = x^2 + y^2 + xy + 3$ , 求  $f(x, y)$  的极值点与极值.

28. (本题满分 10 分)

已知离散型随机变量  $X$  的概率分布为

$X$	0	10	20	30
$P$	0.2	$a$	0.2	0.3

(1) 求常数  $a$ ;

(2) 求  $X$  的数学期望  $EX$  及方差  $DX$ .

## 参考答案及解析

### 一、选择题

1.【答案】 C

【考情点拨】 本题考查了极限的知识点.

【应试指导】  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 5x + 2}{x^2 - 2} = \frac{1 - 5 + 2}{1 - 2} = 2.$

2.【答案】 C

【考情点拨】 本题考查了分段函数在一点连续的知识点.

【应试指导】  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (x+a) = a$ , 因为函数  $f(x)$  在  $x=0$  处连续, 故  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 1$ , 即  $a = 1$ .

3.【答案】 A

【考情点拨】 本题考查了导数的知识点.

【应试指导】 因为  $y = 2 + \sin x$ , 所以  $y' = \cos x$ .

4.【答案】 B

【考情点拨】 本题考查了一元函数的微分的知识点.

【应试指导】 因为  $y = e^{x-1} + 1$ ,  $y' = e^{x-1}$ , 则  $dy = e^{x-1} dx$ .

5.【答案】 B

【考情点拨】 本题考查了定积分的知识点.

【应试指导】  $\int_0^1 (5x^4 + 2) dx = \int_0^1 5x^4 dx + \int_0^1 2 dx = x^5 \Big|_0^1 + 2x \Big|_0^1 = 1 + 2 = 3.$

6.【答案】 A

【考情点拨】 本题考查了定积分的知识点.

【应试指导】  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 + \cos x) dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} dx + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx = x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} + \sin x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{2} + 1.$

7.【答案】 D

【考情点拨】 本题考查了一元函数的高阶导数的知识点.

【应试指导】 因为  $y = x^4 + 2x^2 + 3$ , 故  $\frac{dy}{dx} = 4x^3 + 4x$ ,  $\frac{d^2y}{dx^2} = 12x^2 + 4.$

8.【答案】 C

【考情点拨】 本题考查了反常积分的知识点.

【应试指导】  $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^2} dx = \lim_{a \rightarrow +\infty} \int_1^a \frac{1}{x^2} dx = \lim_{a \rightarrow +\infty} \left( -\frac{1}{x} \Big|_1^a \right) = \lim_{a \rightarrow +\infty} \left( 1 - \frac{1}{a} \right) = 1.$

9.【答案】 A

【考情点拨】 本题考查了二元函数的全微分的知识点.

【应试指导】 因为  $\frac{\partial z}{\partial x} = 2x$ ,  $\frac{\partial z}{\partial y} = 1$ ,

故  $dz = \frac{\partial z}{\partial x} dx + \frac{\partial z}{\partial y} dy = 2x dx + dy.$

10.【答案】 D

【考情点拨】 本题考查了特殊极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$  的应用的知识点.

【应试指导】  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{x} = a \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{ax} = a = 2.$

### 二、填空题

11.【答案】  $-\frac{1}{3}$

【考情点拨】 本题考查了极限的知识点.

【应试指导】  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x-1}{2x^2+3} = -\frac{1}{3}.$

12.【答案】  $2x - e^x$

【考情点拨】 本题考查了一阶导数的知识点.

【应试指导】 因为  $y = x^2 - e^x$ , 故  $y' = 2x - e^x.$

13.【答案】 0.3

【考情点拨】 本题考查了对立事件的概率的知识点.

【应试指导】  $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0.7 = 0.3.$

14.【答案】  $y = x - 1$

【考情点拨】 本题考查了切线方程的知识点.

【应试指导】 因为  $y = \ln x$ ,  $y' = \frac{1}{x}$ ,  $y' \Big|_{x=1} = 1$ , 所以曲线  $y = \ln x$  在点  $(1, 0)$  处的切线方程为  $y = x - 1.$

15.【答案】  $\ln |x| + \arctan x + C$

【考情点拨】 本题考查了不定积分的知识点.

【应试指导】  $\int \left( \frac{1}{x} + \frac{1}{1+x^2} \right) dx = \int \frac{1}{x} dx + \int \frac{1}{1+x^2} dx = \ln |x| + \arctan x + C.$

16.【答案】 0

【考情点拨】 本题考查了定积分的知识点.

【应试指导】  $\int_{-1}^1 (\sin x + x) dx = \int_{-1}^1 \sin x dx + \int_{-1}^1 x dx = -\cos x \Big|_{-1}^1 + \frac{1}{2} x^2 \Big|_{-1}^1 = 0.$

17. 【答案】  $\cos x$

【考情点拨】 本题考查了变上限积分求导的知识点.

【应试指导】 因为  $F(x) = \int_0^x \cos t dt$ , 则  $F'(x) =$

$$\frac{d}{dx} \int_0^x \cos t dt = \cos x.$$

18. 【答案】  $\cos(x+2y)$

【考情点拨】 本题考查了二元函数的偏导数的知识点.

【应试指导】 因为  $z = \sin(x+2y)$ ,

$$\text{则 } \frac{\partial z}{\partial x} = \cos(x+2y).$$

19. 【答案】 2

【考情点拨】 本题考查了拐点的知识点.

【应试指导】 因为  $(1,1)$  是曲线的拐点,  $f'(x) = 2x +$

$$\frac{a}{x} f''(x) = 2 - \frac{a}{x^2}, \text{ 则 } f''(1) = 0, 2 - a = 0, a = 2.$$

20. 【答案】  $\frac{1}{1+e^y}$

【考情点拨】 本题考查了隐函数的导数的知识点.

【应试指导】 因为  $y = x - e^y, y' = 1 - e^y \cdot y'$ , 即

$$(1+e^y)y' = 1, \frac{dy}{dx} = \frac{1}{1+e^y}.$$

### 三、解答题

$$21. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x + 1}{1} \quad (6 \text{ 分})$$
$$= 3. \quad (8 \text{ 分})$$

$$22. y' = x'e^{2x} + x(e^{2x})' \quad (4 \text{ 分})$$
$$= (1+2x)e^{2x}. \quad (8 \text{ 分})$$

$$23. \frac{\partial z}{\partial x} = 3x^2y + y^3, \quad (2 \text{ 分})$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 6xy, \quad (5 \text{ 分})$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = 3x^2 + 3y^2. \quad (8 \text{ 分})$$

$$24. \int x \cos x^2 dx = \frac{1}{2} \int \cos x^2 dx^2 \quad (4 \text{ 分})$$

$$= \frac{1}{2} \sin x^2 + C. \quad (8 \text{ 分})$$

$$25. \int_1^{\sqrt{e}} 2x \ln x dx = \int_1^{\sqrt{e}} \ln x dx^2 \quad (4 \text{ 分})$$

$$= x^2 \ln x \Big|_1^{\sqrt{e}} - \int_1^{\sqrt{e}} x^2 \cdot \frac{1}{x} dx \quad (6 \text{ 分})$$

$$= \frac{e}{2} - \frac{x^2}{2} \Big|_1^{\sqrt{e}}$$

$$= \frac{1}{2}. \quad (8 \text{ 分})$$

$$26. \text{面积 } S = \int_0^1 \sqrt{x} dx \quad (2 \text{ 分})$$

$$= \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} \Big|_0^1$$

$$= \frac{2}{3}. \quad (5 \text{ 分})$$

$$\text{旋转体的体积 } V = \int_0^1 \pi(\sqrt{x})^2 dx \quad (7 \text{ 分})$$

$$= \int_0^1 \pi x dx$$

$$= \frac{\pi}{2} x^2 \Big|_0^1$$

$$= \frac{\pi}{2}. \quad (10 \text{ 分})$$

27. 由已知,  $\frac{\partial f}{\partial x} = 2x + y, \frac{\partial f}{\partial y} = 2y + x.$

$$\text{令 } \begin{cases} \frac{\partial f}{\partial x} = 0, \\ \frac{\partial f}{\partial y} = 0, \end{cases} \text{ 得驻点 } (0,0). \quad (4 \text{ 分})$$

$f(x,y)$  的 2 阶偏导数为

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = 2, \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = 1, \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 2. \quad (6 \text{ 分})$$

$$\text{故 } A = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \Big|_{(0,0)} = 2, B = \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} \Big|_{(0,0)} = 1, C =$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \Big|_{(0,0)} = 2.$$

因为  $A > 0$  且  $AC - B^2 > 0$  所以  $(0,0)$  为  $f(x,y)$  的极小值点, 极小值为  $f(0,0) = 3.$  (10 分)

28. (1) 因为  $0.2 + a + 0.2 + 0.3 = 1$ , 所以  $a = 0.3.$  (4 分)

$$(2) EX = 0 \times 0.2 + 10 \times 0.3 + 20 \times 0.2 + 30 \times 0.3 = 16, \quad (7 \text{ 分})$$

$$DX = (0-16)^2 \times 0.2 + (10-16)^2 \times 0.3 + (20-16)^2 \times 0.2 + (30-16)^2 \times 0.3 = 124. \quad (10 \text{ 分})$$